Gödels holistische Ontologie - Grundlegung der Wissenschaften auf einer exakten Theorie der Metaphysik

1) Einleitung

Kurt Gödels wissenschaftliches Lebenswerk bestand darin, ein Gesamtsystem der Wissenschaften auf einer fundamentalen Metatheorie aufzubauen, die er als exakte Theorie der Metaphysik beschrieb und die sich an der Schnittstelle von Philosophie, Mathematik, Logik und Theologie bewegte. Er war dabei stark an Leibniz' Monadologie orientiert, wie bei Hao Wang deutlich wird: "Gödel's program in philosophy is to find an exact theory of metaphysics, presumably in the form of a monadology. [...] Gödel characterized his philosophical outlook in this way: ‚[...] My theory is a monadology with a central monad (namely, God) [Hinzufügung durch HaoWang]. It is like the monadology by Leibniz in its general structure. [...] My theory is rationalistic, idealistic, optimistic, and theological.'" (Wang, 1997, S. 8) Neben Leibniz war Gödel stark an Husserl orientiert und sah in seiner Phänomenologie den richtigen Weg, "die Vorherrschaft des Geistes" (Wang, 1997, S. 8) und damit eine idealistisch-rationale Sichtweise zu bestätigen, die auch die Verbindung zwischen unseren Begriffen in Form von mathematischen Konzepten und ihren realen Auswirkungen begründet (Wang, 1997, S. 8). Die Beschreibung als 'optimistisch' können wir mit Gödels Einteilung der Weltanschauungen in zwei Seiten verstehen, die er einerseits als Abkehr von der Metaphysik und Religion und andererseits als Zuwendung zu diesen beschreibt, wobei letztere einer Zuwendung zum Idealismus und Optimismus gleichkommt und erstere, d.h. die Abkehr von Metaphysik und Religion, einer Zuwendung zum Skeptizismus, Positivismus und Empirismus und damit zum Materialismus und Pessimismus (Gödel, 1961, S. 374). Leibniz' Monadologie ist in der Art aufgebaut, dass alles, d.h. Welt und Einzeldinge, aus den Monaden als Grundeinheiten aufgebaut ist (Leibniz, 1998, S. 11), was dieser Gesamtkonstitution zunächst vordergründig ein atomistisches Aussehen verleiht. Ursache und Grundbaustein aller Monaden ist aber wiederum die Urmonade - Gott - die erstens geistiger Natur ist (Leibniz, 1998, S. 37) und zweitens ausführlich als *absolut unendlich* beschrieben wird (Leibniz, 1998, S. 33-37), was für unsere Betrachtungen das wichtigste Merkmal ist. Damit wird die absolute Unendlichkeit als fundamentale Ontologie, d.h. als Grundbestandteil der Welt erkannt und von Gödel als Grundlage seiner exakten Metaphysik übernommen, wie aus dem obigen Zitat deutlich wird. Wie wir sehen werden, wird dieser Begriff der absoluten Unendlichkeit das Kernmerkmal sein, das Gödels begrifflichen und mathematischen Realismus mit seinen Arbeiten zur Beschaffenheit der Raum-Zeit, seinem Argument gegen eine objektive Existenz der Zeit und seinem ontologischen Gottesbeweis verbindet. Welche Auswirkungen dieser Begriff auf die Betrachtung der Realität hat, werden wir später auch durch die mathematischen Implikationen dieses Begriffs genauer sehen.

2) Gödels begrifflicher und mathematischer Realismus

Zunächst behandeln wir Gödels generelle Ansichten zur Begriffsbildung und betrachten dazu Grundzüge von Husserls Phänomenologie, Gödels Bezug zu dieser und seine Ansichten zur mathematischen Intuition genauer. Er vertrat die Ansicht, dass mathematische Begriffe durch Intuition erkannt, beschrieben und begründet werden (Bedürftig & Murawski, 2010, S. 16). Er betrachtete diese Intuition als von der empirischen Anschauung verschieden und als eine Art zusätzlichen Sinn, der uns Zugang zu einer abstrakten, von der raumzeitlichen Realität unabhängigen Welt eröffnet, die die allgemeinsten formalen Konzepte und Relationen der Gesamtheit der spezifischen raumzeitlichen Objekte darstellt (Gödel, 1953, Version III, S.

353–354). Auf diese Weise behält diese Unabhängigkeit der mathematischen Intuition einen Bezug zur realen Welt, und es wird deutlich, dass Gödel einen platonischen Realismus vertrat, bzw. sogar dem strengen Platonismus gegenüber eine kritische Distanz einnahm[1] (Bedürftig & Murawski, 2010, S. 114). Gödel sah Mathematik, ähnlich wie Physik, als auf Axiomen mit realem Inhalt (Gödel, 1944, S. 132) basierend, wobei mathematische Sätze aufgrund ihrer Begriffe wahr sind, die auf Intuition beruhen und nicht bloß Konventionen folgen (Gödel, 1953, S. 357-358). In diesem Zusammenhang ist auch seine Unterscheidung zwischen Konzepten wie ‚Objekten' und ‚Dingen' oder ‚Vereinigungen' und ‚Ganzheiten' von Bedeutung, weil sie eine Rolle für die Prinzipien der Mathematik (*Prinzip der Abgeschlossenheit - closure principle*), vor allem der Mengenbildung und -systematisierung spielen (Wang, 1997, S. 295). Mit seinem Vollständigkeitssatz von 1929 (Hauptsatz der mathematischen Logik für ein formales System der Prädikatenlogik erster Stufe) zeigte Gödel, dass die klassische Logik ausreicht, um alle allgemeingültigen Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe abzuleiten und setzte sich dabei kritisch mit der intuitionistischen Mathematik auseinander, auch was seine eigenen Beweismittel betraf (Gödel, 1929, S. 62–64). Für Gödel hatte mathematische Intuition zwei Aspekte: Sie ist einerseits mit der Realität verbunden, da Naturgesetze mathematisch formuliert sind (Gödel, 1953, S. 360), und andererseits notwendig, um abstrakte syntaktische Gesetzmäßigkeiten zu begründen (Gödel, 1953, S. 357). Mathematische Objekte sind - im Gegensatz zu ihren Entsprechungen in mathematischen Theorien - transzendenter Natur, da Axiome die mathematische Objektivität nur unvollständig beschreiben. Dies ähnelt Kants Erkenntnistheorie, unterscheidet sich jedoch darin, dass Gödel keine Abhängigkeit der realen Strukturen vom erkennenden Subjekt sah (Bedürftig & Murawski, 2010, s. 115). Stattdessen orientierte sich Gödel stärker an Husserls Phänomenologie und glaubte, dass dessen Methode neue mathematische Begriffe, besonders im Bereich der Mengenlehre, liefern könnte (Bedürftig & Murawski, 2010, S. 116; Wang, 1997, S. 156-157).

Husserls eidetische Reduktion, die das Wesen der Dinge durch rekursive Anschauung höherer Abstraktionsstufen und Ausklammerung subjektiver und theoretischer Vorannahmen erfasst (Husserl, 2006, S. 222; 2013, S. 281), führt Gödel zufolge dazu, dass wir alle zu den gleichen Konzepten gelangen (Gödel, 1944, und der dazugehörige Kommentar). Allerdings gibt es unterschiedliche Formen von Konzepten, so auch bei Husserl schon die Unterscheidung in Konzepte (d.h. Begriffe) entstanden durch Sinneserfahrungen und solche durch Logik. Nicht nur die allgemeine Sinneswahrnehmung, sondern auch jede Form der Konzeptbildung entsteht durch Figur-Grund-Trennung (Mühlenbeck & Jacobsen, 2020; Mühlenbeck, Jacobsen, Pritsch, & Liebal, 2017; Mühlenbeck, Liebal, Pritsch, & Jacobsen, 2015, 2016), bei der relevante Informationen vor weniger relevanten hervortreten und durch diese Abgrenzung den Inhalt und die Eigenheiten eines Konzepts (d.h. Begriffs) herausbilden. Da jegliche Form der Konzeptbildung auf diese Weise geschieht, ist die Bildung der Konzepte auf allen Abstraktionsstufen die gleiche, sie unterscheiden sich nur bezüglich der Inhaltsebene, die angesprochen wird (Mühlenbeck, 2022b), wodurch es Konzepte mit konkretem Inhalt oder solche gibt, die das Wesen von Dingen oder deren Voraussetzungen erfassen[2]. Diese Tatsache hat Auswirkungen auf die Begriffsbildung in der Mathematik, da

[1] Was die momentane Situation bez. der Grundlagen der Mathematik betrifft, beschreibt er in (Gödel, 1995a, S. 50): „The result of the preceding discussion is that our axioms, if interpreted as meaningful statements, necessarily presuppose a kind of Platonism, which cannot satisfy any critical mind and which does not even produce the conviction that they are consistent."

[2] Diese unterschiedlichen Begriffsebenen, die auch mit den Ergebnissen aus Gödels Unvollständigkeitssätzen zusammenhängen, haben Auswirkungen auf das Mensch-Maschine-Verhältnis (Barrow & Tipler, 1986, S. 155; Rucker, 2019, chap. 4), da die Unabschließbarkeit der Formalisierung computerbasierte Berechnungen auszeichnet, während das menschliche Bewusstsein fähig ist holistische Begriffe zu fassen und wahre Aussagen zu entdecken, wo eine Formalisierung versagt (Richards Paradox, beschrieben in: Gödel, 1931). In einem

wir Mengen in unterschiedlicher Weise fassen können, wie dies durch die Begriffe der *Menge* und der *Klasse* geschehen ist. Husserl unterschied zwischen reiner Logik, die sich mit *a priori* geltenden Gesetzen und Bedingungen als Fundament jeder Theorie beschäftigt, und angewandter Logik, die geistige Inhalte behandelt (Husserl, 1900, Kap. 2). Reine Logik und Mathematik gelten unabhängig vom empirischen Bewusstsein, was Gödels platonischem Realismus entspricht. Mit seiner Unterscheidung kritisierte Husserl den psychologischen Standpunkt, da jener die Subjektivität des Erkennens betont und damit die Objektivität logisch-mathematischer Inhalte infrage stellt (Husserl, 1900, S. VII). Die mathematische Intuition ermöglicht somit Erkenntnisse über fundamentale Bedingungen, die normative Strukturen und die Realität beeinflussen. Husserl beschreibt diese Verbindung durch den Begriff der Intentionalität, die das Gerichtet-Sein des Bewusstseins und die Verknüpfung von Konzepten mit weltlichen Inhalten ausdrückt (Husserl, 1900, S. 101; 1988). So lassen sich verschiedene Abstraktionsebenen erfassen – von konkreten empirischen Objekten über normative Strukturen bis zu deren grundlegenden Bedingungen.

2.1) Mengenbegriffe, Punkte und das Kontinuum

Wenn wir diese Mechanismen der Begriffsbildung auf die Mathematik anwenden, gelangen wir zu Gödels Arbeiten im Bereich der Mengenlehre, ihrer Grundlegung und seiner Forderung nach neuen Begriffen. Durch die Beweise zur Kontinuumshypothese von Gödel (1939) und Cohen (1963) wurde gezeigt, dass eine gesicherte Ordnung der Unendlichkeiten auf der heutigen Axiomatik der Mengenlehre nicht hergestellt werden kann. Gödel nutzte für seine Beweisskizze von 1939 ein inneres Modell der Mengenlehre und das Konstruktibilitätsaxiom $V=L$, das besagt, dass das Universum aller Mengen V gleich dem Universum aller konstruierbaren Mengen L angenommen wird. Damit zeigte er dann, dass innerhalb dieses Modells GCH (die allgemeine Kontinuumshypothese, und damit auch inklusiv die spezielle Kontinuumshypothese CH) gilt und dass, falls ZFC (die Zermelo-Fraenkel-Mengenlehre mit Auswahlaxiom) widerspruchsfrei ist, dies auch für ZFC + CH gilt. Zweitens wurden von Cohen (1963) mit der *forcing*-Methode Modelle konstruiert, in denen CH (und damit auch GCH) falsch ist, wodurch er zeigen konnte, dass CH unabhängig von ZFC ist, d.h. weder sie noch ihre Negation aus den ZFC-Axiomen bewiesen werden kann. Durch Gödels Unvollständigkeitssätze (Gödel, 1931) wurde außerdem die gesicherte, generelle Widerspruchsfreiheit des mathematischen Systems (auf der Axiomatik der Mengenlehre ZF) widerlegt, wodurch für das heutige System keine letzte Begründung, und durch die Ergebnisse bez. CH auch keine letzte Ordnung besteht. In beiden Bereichen, sowohl der Widerspruchsfreiheit als auch der Ordnung der Mengen, begegnet man einer unendlichen, niemals vollständig erfassbaren Hierarchie von verschiedenen Unendlichkeiten.

Gödel wollte mit der Konstruktion des Universums der Mengen L keine alternative Mengenlehre schaffen, sondern ein inneres Modell entwickeln, um die Vereinbarkeit von ZF, dem Auswahlaxiom (AC) und der verallgemeinerten Kontinuumshypothese (GCH) zu zeigen (Bedürftig & Murawski, 2010, S. 228). Anders als das Konstruktibilitätsaxiom nahelegt, sah er die Zukunft der Mengenlehre nicht in einer Beschränkung auf definierbare Mengen, sondern in einer Erweiterung, die auch große Kardinalzahlen und das Potenzmengenaxiom umfasst (Gödel, 1947, S. 520). Er ging davon aus, dass die Arbeit an CH zu neuen Axiomen führen und schließlich diese Hypothese widerlegen würde (Gödel, 1947, S. 524) und meinte, dass nur ein Intuitionist die Unentscheidbarkeit von CH akzeptieren könnte. Wer an eine objektive mathematische Realität glaubt, muss annehmen, dass CH wahr oder falsch ist und

Computer könnte ein allumfassendes Konzept definiert und verwendet werden, aber dieses Konzept müsste auf axiomatischer Ebene gebildet werden und kann nicht durch Formalisierung erlangt werden.

die bekannten Axiome (ZFC) nicht ausreichen, um diese Realität vollständig zu erfassen (Gödel, 1947, S. 520).

Gödels Ergebnisse zeigen, dass die Mengenlehre stetig durch neue Axiome erweitert werden kann. Da die Begriffe „Menge" und „Eigenschaft einer Menge" flexibel sind, können durch Begriffserweiterungen daraus kontinuierlich neue Axiome entstehen, die wiederum mathematische Aussagen wie die Kontinuumshypothese, und die darin enthaltenen Begriffe und begrenzten Mengenbereiche, beeinflussen (Gödel, 1947, S. 520, Fußnote 17). Zudem ist das bestehende Axiomensystem nicht abgeschlossen – der Mengenbegriff selbst legt eine fortlaufende Erweiterung nahe, die immer höhere Stufen der Mengenbildung ermöglicht und große Kardinalzahlen einschließt. Solche Kardinalzahlen lassen sich nicht allein durch Standardoperationen wie Potenz- oder Vereinigungsmengenbildung erfassen. Daher plädierte Gödel für neue, starke Unendlichkeitsaxiome[3], um das Mengenuniversum offen zu halten, und sah insbesondere die von Mahlo vorgeschlagenen Axiome als natürliche Ergänzung der bestehenden Theorie (Gödel, 1947, S. 520).

Die Genese der beschriebenen Probleme bestand darin, dass ein zentrales Problem der frühen Mengenlehre Russells Antinomie darstellte, die zeigte, dass die Menge aller Mengen nicht existieren kann, da sie sich selbst als Element enthalten müsste und dadurch über sich selbst hinaus gehen würde. Gödel und andere lösten dieses Problem, indem sie zwischen *Mengen* und *Klassen* unterschieden: jede Menge ist eine Klasse, aber *echte Klassen* sind keine Mengen mehr[4]. Die Allklasse *V* bleibt daher eine echte Klasse, die nicht als Menge behandelt werden kann. In der von-Neumann-Bernays-Gödel (NBG)-Mengenlehre (Bernays, 1937, 1976; Gödel, 1940; Neumann, 1925, 1928) bleibt die Bildung großer Mengen erhalten, während die Einführung von Klassen die Antinomien auflöst, offene Strukturen und ein anderes Mengenverständnis ermöglicht. Gödel argumentierte, dass *V* als Universum aller Mengen und als *echte Klasse* einem Maximumprinzip folgt, aus dem das Auswahlaxiom abgeleitet werden kann (Wang, 1997, S. 262). Die durch das Auswahlaxiom hervorgerufene Ordnung begrenzt also nicht das Mengenuniversum selbst, sondern existiert innerhalb der nicht abschließend bestimmbaren Allklasse.

Zusätzlich gilt, dass die Mengenerweiterungen, wie bei den Mahlo- oder unerreichbaren Kardinalzahlen, nicht nur nach außen hin, sondern auch in Richtung der Infinitesimalien beliebig möglich sind (Bedürftig & Murawski, 2010, S. 187), wodurch wir schon die Eigenschaft der inneren und äußeren Unbegrenztheit des Kontinuums erkennen, die wir im folgenden weiter ausführen wollen. Dafür ist es hilfreich eine Begriffsunterscheidung vorzunehmen. Das *homogene Kontinuum* können wir als indefinite, d.h. unerschöpfliche und unendlich teilbare (Bedürftig & Murawski, 2010, S. 157, 174-175, 186), *absolute Unendlichkeit* verstehen, die wir an die Stelle der Allklasse setzen, und das diskrete *Punktkontinuum* der Mengen[5] als die Mengenoperationen im homogenen Kontinuum. Gödels Unvollständigkeitssätze verdeutlichen durch die Unabgeschlossenheit der Axiomatik mathematischer Systeme, dass keine abschließend strukturierte mathematische Totalität durch die heute vorhandenen klassischen Begriffe existieren kann, was wir in der beschriebenen

[3] Wie z.B. das über die Existenz von unerreichbaren Zahlen (und Kardinalzahlen) > $\aleph_0$ (Bedürftig & Murawski, 2010, S. 225).

[4] Bereits durch den *Satz von Cantor* gezeigt wurde, dass die Allklasse als System aller Klassen keine Menge sein kann (*zweite Cantorsche Antinomie*), da sonst die Potenzmenge der Allklasse eine ihrer Teilmengen sein müsste und damit keine mächtigere Menge.

[5] Der heutige mathematische Begriff des Kontinuums wird mit $\mathbb{R}$ identifiziert (Bedürftig & Murawski, 2010, S. 186). Cantor erkannte die Unterscheidung der Begriffe bereits, betrachtete aber das, was hier mit *homogenem Kontinuum* bezeichnet wird, als eine „inkonsistente Vielheit" (Wang, 1997, S. 261). Wir verwenden hier weiter "homogen", da gerade diskrete Punkte auf Grund ihrer Begrenzungen - ihres tatsächlichen Geteilt-*seins* - für Inhomogenität und damit Inkonsistenz sorgen, während die unendliche Teilbarkeit der absoluten Unendlichkeit eine fließende Homogenität und keine Inkonsistenz darstellt, da unendliche Teilbarkeit eine Eigenschaft der Anschauung ist, im Gegensatz zum unendlichen Geteilt-sein des Diskreten.

Unterscheidung der Mengenbegriffe von der Allklasse als *echter Klasse* und absoluter Unendlichkeit wieder finden.

Die momentane Unentscheidbarkeit der Kontinuumshypothese stützt dieses Bild einer offenen, nicht vollständig strukturierbaren Unendlichkeit, die Gödel als eine Verallgemeinerung des *closure-Prinzips* (in Zusammenhang mit dem *Ackermann-Prinzip*) bezeichnete (Wang, 1997, S. 281), wie im nächsten Abschnitt noch näher ausgeführt wird. Der Unterschied, aber vor allem auch die notwendige Abhängigkeit zwischen den beiden oben definierten Kontinuumsbegriffen werden bei Bedürftig und Murawski näher verdeutlicht (Bedürftig & Murawski, 2010, S. 186): das heutige Kontinuum wird mit dem reellen Zahlenraum $\mathbb{R}$ identifiziert, der aber als Menge selbst keine inhärente Kontinuität besitzt. Punkte innerhalb dieses Kontinuums sind erst durch die Zuordnung von Zahlen oder Koordinaten zu unterscheiden, die wiederum aber lediglich Projektionen auf das Kontinuum sind, nicht das Kontinuum selbst. Es dient lediglich als Grundlage für solche Abbildungen und paradoxerweise tritt an die Stelle dieser Grundlage schließlich das, was ursprünglich nur durch diese Grundlage dargestellt werden sollte (ebd.). Das bedeutet, dass die diskreten Punkte der reellen Zahlen notwendig vom homogenen Kontinuum abhängen und ohne dies keine eigene Existenz haben, heute aber an seine Stelle gesetzt wurden. Genauso beschreibt Gödel das Gesamtsystem der Mengentheorie, das wir hier als homogenes Kontinuum beschrieben haben, als ein einheitliches Universum, das sich nicht fundamental ändert, wenn man von kleineren zu größeren Mengen übergeht (Wang, 1997, S. 281). Die absolute Unendlichkeit kann weder durch große Kardinalzahlen noch durch Infinitesimalien vollständig erfasst werden, da jede Mengenoperation auf dem Konzept der Punktmengen basiert.

Daraus ergibt sich die Notwendigkeit neuer Begriffe und Axiome, um ungelöste Fragen wie die Kontinuumshypothese zu adressieren - Axiome der Mengenlehre, "die wir durch ein tieferes Verständnis der Logik und Mathematik zugrunde liegenden Konzepte als in diesen Konzepten enthalten erkennen könnten" (Gödel, 1947, S. 520-521). Ein Konzept dieser neuen Art würde z.B. einen vereinheitlichenden Mengenbegriff darstellen, der nicht nur die formale Ebene der Mengenbildung umfasst, sondern gleichzeitig auch auf seine eigene Metaebene der Bedingungen referenziert und zur Vollständigkeit des Gesamtsystems führen würde. In diesem Sinne schrieb Gödel in seinen Notizen „class (=absolute)", was Wang kommentiert: „I believe the word class here means the universal class (of all sets and individuals) and that the identification of this with the absolute harks back to an idea of Cantor's."[6] (Wang, 1997, S. 315). Die Unterscheidung zwischen homogenen Kontinua und diskreten Punktmengen spiegelt eine tiefere ontologische Beziehung wider, die in der Ontologie die existenzielle Beziehung jedes Seiendem zu seinem Sein darstellt und die wir auch in Kognition und Wahrnehmung in der Figur-Grund-Trennung vorfinden (s.o. und: Mühlenbeck, 2020, 2021, 2022a). Bei Gödel wird diese Relation in subjektiver und objektiver Hinsicht als fundamentale Beziehung der Kausalität beschrieben (Gödel, 2024, S. 56, 127; Kovač, 2015, 2020; Wang, 1997, S. 315). Gegenstände, auch anschaulicher Natur, sind nur durch ihren konstituierenden Hintergrund existent, da sie vor ihm hervortreten und dadurch unterschieden und erkannt werden können. Analog ist das homogene Kontinuum unendlich teilbar und Punkte können in ihm in der Anschauung durch Hervortreten existieren, während diskrete Punkte unteilbare Grenzen darstellen würden, die aber wiederum ohne ein zugrunde liegendes Kontinuum keine eigene Existenz hätten (Bedürftig & Murawski, 2010, S. 157).

Durch diese, für die Existenz notwendige, unendliche Teilbarkeit wird die absolute Unendlichkeit auch ins Innere der Mengenstruktur reflektiert. Diese notwendige Beziehung führt zu Gödels Forderung nach neuen Konzepten und Prinzipien wie dem Ackermann- und Reflexionsprinzip (als Maximalitätsprinzip), die die Beziehung zwischen den verschiedenen

[6] Cantors Beschreibungen der absoluten Unendlichkeit sind in (Cantor, 1962) zu finden.

Mengenbegriffen herstellen. Dadurch wird die absolute Unendlichkeit des Mengenuniversums nicht nur als äußere Größe, sondern auch als intrinsische Eigenschaft jeder Teilstruktur betrachtet, die wir eingangs schon in der Anlehnung an die Monadologie im Aufbau auf der absolut unendlichen Urmonade gefunden hatten. Dies macht das Wesen der absoluten Unendlichkeit aus und unterscheidet sie von allen anderen Formen von Unendlichkeiten: die Tatsache nämlich, dass jeder Punkt selbst absolut unendlich ist, da andernfalls, sobald auch nur ein Punkt begrenzt wäre, die gegebene Unendlichkeit nicht mehr absolut sein kann.

2.2) Neue Begriffe und Maximalitätsprinzipien

Die oben beschriebene Diskrepanz zwischen dem homogenen Kontinuum und dem Punktkontinuum führt uns zum generellen Grundlagenstreit der Mathematik, der sich vor allem aus den Ergebnissen von Gödels Unvollständigkeitssätzen (Gödel, 1931), aber auch durch die uneindeutige Lösung der Kontinuumshypothese (Cohen, 1963; Gödel, 1939, 1940) ergab. Wie oben beschrieben war Gödel der Ansicht, dass nur eine neue Art von mathematischen Begriffen diesen lösen könne (Gödel, 1946, S. 151). Gödel forderte einen neuen umfassenden Begriff, der die unabschließbare Größe der Allklasse im Sinne der absoluten Unendlichkeit, starke Unendlichkeitsaxiome und die bestehenden Axiome der Mengenlehre bereits enthält (Gödel, 1946, S. 151). Um diesen Begriff genauer zu verstehen, betrachten wir seine Beschreibung damit zusammenhängender Prinzipien der Mengenlehre genauer. Das *Reflektionsprinzip* bedeutet einerseits die Möglichkeit eine bestimmte Eigenschaft der Klasse aller Mengen an einzelnen Mengen zu reflektieren, und andererseits die Unmöglichkeit das Universum aller Mengen (*V*), unabhängig von der verwendeten, auch beliebig unendlichen Logik strukturell vollständig zu erfassen (Wang, 1997, S. 280-281). Gödel beschreibt dies als Verallgemeinerung des Prinzips der Abgeschlossenheit (*closure principle*), was bedeutet, dass die Gesamtheit aller Mengen auf bestimmte Art unbeschreibbar bleibt: „When you have any structural property that is supposed to apply to all sets, you know you have not got all sets. There must be some sets that contain as members all sets that have that property.“ (Wang, 1997, S. 281) Das *closure principle* (Prinzip der Abgeschlossenheit) verdeutlicht, dass, wenn eine Menge *V* in Bezug auf bestimmte Operationen als abgeschlossen betrachtet wird, es immer eine ähnliche Menge gibt, die ebenfalls abgeschlossen ist. Durch die wiederholte Anwendung solcher Mengenoperationen entstehen unerreichbare Kardinalzahlen wie Mahlo-Kardinalzahlen (Wang, 1997, S. 280). Dieses Prinzip führt zur "Unabgeschlossenheit" von *V*, weil es Mengen gibt, die diese abgeschlossenen Mengen als Elemente enthalten, aber gleichzeitig über sie hinausgehen. Gödel verbindet diese Idee mit dem *Ackermann-Prinzip*, das die Undefinierbarkeit von *V* als das Absolute beschreibt: „Ackermann's system is based on the idea of the indefinability of *V*, or the Absolute.“ (Wang, 1997, S. 282). Er betrachtet dieses Prinzip als die Grundlage für alle Axiome der Mengenlehre: „All the principles for setting up the axioms of set theory should be reducible to a form of Ackermann's principle: The Absolute is unknowable." (Wang, 1997, S. 283), und sieht in dieser unabschließbaren Strukturierbarkeit des Absoluten das *Reflexionsprinzip* als das zentrale, grundlegende Konzept: "The other principles are only heuristic principles. Hence, the central principle is the reflection principle" (ebd.). Dieses Prinzip verdeutlicht, dass grundlegende Eigenschaften des Universums *V* auf beliebige Teilbereiche von *V* abgebildet werden können, was wiederum die Strukturierung in beliebige Unendlichkeiten beschreibt. Demnach sollte sich auch jedes Unendlichkeitsaxiom vom *Ackermann-Prinzip* ableiten lassen (Wang, 1997, S. 285, 325). Die reflektive Konsequenz aus dem *Ackermann-Prinzip* verdeutlicht Gödel in *What is Cantor's Continuum Problem?* (Gödel, 1947) in Bezug zur Eigenschaft von Punktmengen und Teilmengen einer geraden Linie, dass nämlich die Gerade „durch unendlich viele Intervalle beliebiger Länge abgedeckt werden kann“ (Gödel, 1947, S. 523), was für beliebig kleine Linienstücke, als neue Gerade gesetzt, immer weiter fortgeführt werden kann. Hier erhalten wir erneut, dass die Linie nicht durch das Punktkontinuum erfassbar ist, wie Gödel beschreibt: „summing up all the points, we still do not get the line; rather the points form some kind of scaffold on the line“ (Rucker, 2019, S. 82; zitiert nach: Wang, 1974, S. 86). Genau daraus wird die Eigenschaft des *Ackermann-Prinzips* als das Absolute (die absolute Unendlichkeit) deutlich: denn, die Unerreichbarkeit des *Ackermann-Prinzips* muss als solche für jeden Punkt gelten, da durch einen einzigen beschränkten Punkt ein Ansatz für eine grundlegende Strukturierung möglich wäre, worin wir wieder das Wesen der absoluten Unendlichkeit erkennen. Das heißt, aus dieser allgemeingültigen Unbeschränktheit folgt die absolute Unendlichkeit des Universums *V*[7] und jedes beliebigen Punktes, was genau der Grundlegung der Monadologie auf der absolut unendlichen Urmonade - Gott - entspricht, wie wir eingangs gesehen hatten.

Durch das *Ackermann-Prinzip* als Grundlage aller weiteren Axiome sieht Gödel eine nicht-konstruktive Möglichkeit der Zusammenfassung, um unendliche Iterationen in Beweisprozessen zu umgehen. Damit erhält man starke Unendlichkeitsaxiome, bei denen immer die Verbindung zur Mächtigkeit des Universums aller Mengen (der absoluten Unendlichkeit) mit eingeschlossen ist. Gödels Beschreibung (Gödel, 1946, S. 151) lässt sich so zusammenfassen: Jeder Formalismus zur Beweisbarkeit führt zu neuen, gerechtfertigten Axiomen, wodurch ein unendlicher Erweiterungsprozess bis ins Transfinite entsteht. Kein einzelner Formalismus kann alle diese Erweiterungen vollständig erfassen. In der Mengenlehre lassen sich diese Erweiterungen durch stärkere Axiome der Unendlichkeit beschreiben. Ein Axiom der Unendlichkeit könnte durch eine bestimmte formale Struktur definiert werden, die sowohl entscheidbar als auch wahr ist. Solch ein Konzept der Beweisbarkeit könnte geschlossen sein, indem jeder Beweis eines Satzes im erweiterten System auf ein Unendlichkeitsaxiom zurückgeführt werden kann. Gödel sieht darin die Grundlage für die Entwicklung eines Vollständigkeitssatzes, der die Entscheidbarkeit aller Mengenlehre-Aussagen in Verbindung mit dieser Aussage über die Größe des Universums aller Mengen sicherstellt (ebd.). Bezüglich der CH hatten wir gesehen, dass das aktuelle System der Zermelo-Fraenkel-Mengenlehre (ZF) mit und ohne CH konsistent ist. Wird sie abgelehnt, können beliebig viele transfinite Kardinalzahlen zwischen den Kardinalitäten der natürlichen Zahlen ($\mathbb{N}$) und der reellen Zahlen ($\mathbb{R}$) eingeführt werden (Bedürftig & Murawski, 2010, S. 278). Die grundsätzliche Unabschließbarkeit des heutigen mathematischen Systems resultiert aus den verwendeten Begriffen und daraus, dass innerhalb dieses begrifflichen Systems die eigene Konsistenzbehauptung nicht beweisbar ist (Gödel, 1951, S. 308-309). Dennoch, oder gerade deshalb, glaubte Gödel an eine eindeutige Lösung des Kontinuumproblems (Gödel, 1947, S. 520) und vermutete, dass CH wahr sei oder zumindest die Kardinalität von $\mathbb{R}$ maximal $\aleph_2$ beträgt, während er die allgemeine Kontinuumshypothese (GCH) als falsch ansah, ohne einen vollständigen Beweis zu liefern (Gödel, 1995a, Veröffentlichungen 1970a und 1970b; Wang, 1997, S. 252). Durch seine Unvollständigkeitssätze (Gödel, 1931), seinen Beweis zum Kontinuumsproblem (Gödel, 1939, 1940) und seine damit zusammenhängenden philosophischen Arbeiten (Gödel, 1946, 1947, 1951, 1953; Gödel, 1961) hat er auf die Ursachen, aber auch die mögliche Lösbarkeit von Konsistenzproblemen bestehender Axiomensysteme durch die Beziehung zwischen formaler Ebene und begrifflicher Metaebene hingewiesen. Damit ist die Kontinuumshypothese innerhalb des Begriffs der Punktmengen eine Frage der Dichte der Zahlen auf der Zahlengeraden, aber andererseits übergeordnet dem Begriff der Punktmengen,

[7] Hier sei noch einmal angemerkt, dass die Verbindung des Ackermann-Prinzips mit V neu ist und nicht für jedes, für heutige Operationen funktionstüchtige, Mengenuniversum gelten muss, da Mengensysteme auch mit weniger Axiomen und Unendlichkeiten operabel sein können, wie Gödels inneres Model der konstruierbaren Mengen in seinem Beweis zur Kontinuumshypothese zeigt (Gödel, 1939).

d.h. im Begriff des homogenen Kontinuums, nur eine Frage der Ordnung der Zahlenpunkte, die die Frage nach der Dichte nicht berührt, da diese unabschließbar ist. Im ersten Begriff steht die Gleichsetzung unendlicher Prozesse mit tatsächlichen Punkten (auf Grund des Vollständigkeitsaxioms, siehe dazu: Bedürftig & Murawski, 2010, S. 17) in Verbindung mit der Diskrepanz zwischen den unterschiedlichen Mächtigkeiten von $\mathbb{R}$ in Gödels und Cohens Beweisen, weil unendliche Prozesse (die irrationalen Zahlen) wie Punkte behandelt werden und dann durch die *forcing*-Methode weitere Punkte generiert werden können, wo eigentlich auch nur weitere unendliche Prozesse bestehen. Im zweiten Begriff bleiben diese unendlichen Prozesse als solche erhalten, während die Beziehungen zwischen ihnen nur durch gesetzte Punkte beschrieben werden.

Zusammenfassend bedeutet dies für die Mengenbildung und die Betrachtung des Kontinuums, dass Konzepte nicht nur diskrete Inhalte repräsentieren müssen. Offene Mengenbegriffe (die Klassenbegriffe einschließen), wie sie beispielsweise durch das *Ackermann*- und das *Reflektionsprinzip* ermöglicht werden, zeigen, dass die Unerreichbarkeit von V nur für die diskrete Formalisierung durch Punktmengen gilt. Betrachtet man V mit dem offenen Begriff der *absoluten Unendlichkeit*, eröffnet dies eine neue Perspektive auf die Eigenschaften des Kontinuums und die Struktur der Mengen darin.

3) Gödels Raumzeit-Modelle und die Nichtexistenz eines allgemeinen Zeitablaufs

Aus Gödels oben beschriebener Ansicht einer notwendigen Verbindung zwischen Mathematik und Realität, d.h. mathematischen Begriffen und ihrem realen Gegebensein, lässt sich ein physikalischer Realismus ableiten, bei dem die Charakteristika der mathematischen Begriffe Konsequenzen für die Merkmale der Raumzeit haben. Neben Gödels oben beschriebener Begründung für diese notwendige Beziehung, gibt es noch eine weitere, die sich als *Unentbehrlichkeitsprinzip* beschreiben lässt: da physikalische Theorien zwangsläufig eine realistische Grundlage haben und mathematische Theorien für sie unverzichtbar sind, ergibt sich, dass auch mathematische Objekte wie Funktionen und Mengen in gewisser Weise eine realistische Existenz besitzen müssen (Bedürftig & Murawski, 2010, S. 114). Erstes wichtiges Merkmal, das wir von Gödels mathematischen Begriffen in die Betrachtung der Realität übernehmen müssen, ist die oben beschriebene offene Unendlichkeit. Aus dieser ergeben sich dann weitere Merkmale bez. der Beschaffenheit von Raum und Zeit.

Aus der notwendigen existenziellen Beziehung zwischen Seiendem und konstituierendem Sein, die, wie oben gezeigt, von Gödel als die fundamentale Beziehung der Kausalität beschrieben wurde und die wir auch in der notwendigen Beziehung zwischen den Mengenbegriffen des Punktkontinuums und des homogenen (tatsächlichen) Kontinuums vorfinden, erhalten wir einen allgemeinen Existenzbegriff, der nicht in physikalische, mathematische, ideale oder materielle Existenz unterschieden wird (Bedürftig & Murawski, 2010, S. 114), sondern unabhängig von der Art und Weise, nur das Vorhandensein des Beziehungsgefüges beschreibt. Für Gödel ergibt sich aus seiner realistisch-platonistischen Weltsicht, die wir in dem realen Vorhandensein der mathematischen Konzepte, aber auch in der Ansicht der klaren Lösbarkeit der Kontinuumshypothese wieder finden, zusätzlich eine nicht-Relativität von Wahrheit (Wang, 1997, S. 167) und, damit zusammenhängend, auch eine bestimmte Form von Determinismus (Rucker, 2019, S. 168), wobei dieser Determinismus auf Grund des notwendigen Zusammenhangs zwischen Mathematik und Realität und der Unerreichbarkeit und Undefinierbarkeit, also der absoluten Unendlichkeit von V, unbegrenzt ist. Diese Offenheit des Determinismus ist auch grundlegend für den Modal-Kollaps in Gödels Ontologischem Gottesbeweis, wie wir weiter unten ausführlich sehen werden.

Als erste Konsequenz, die sich aus den Unendlichkeitsbetrachtungen der Mathematik auf die Realität ergibt, zeigt sich, dass die absolute Unendlichkeit von V auf ein absolut unendliches Raum-Zeit-Kontinuum übertragen werden muss. Dies ergibt sich einerseits aus der angenommenen Verbindung zwischen mathematischen Konzepten und realem Vorhandensein, aber andererseits auch aus der beschriebenen kausal-existenziellen Beziehung zwischen Seiendem und Sein. Denn analog zu der Beziehung zwischen der Bildung von Punktmengen aus dem dafür zur Verfügung stehendem homogenen Kontinuum, ist in der ontologischen Betrachtung das Sein als existenzieller Hintergrund jedes Seienden, unerschöpflich. Dieser Hintergrund lässt sich nicht in diskrete Punkte einteilen, da sie selbst keine eigene Existenz hätten, wie oben beschrieben wurde (siehe hierzu auch ausführlich: Mühlenbeck, 2021; Rucker, 2019, S. x-xiii). Die Existenz-Relation zwischen Seiendem und Sein betrifft jede in unserer Anschauung beliebig mögliche, vorgenommene Betrachtung realer Bereiche, so wie sie jede Punktmengenbetrachtung in der Mathematik betrifft. Diese Analogie bedeutet, dass so wie V in beliebig kleine Intervalle einer Linie abbildbar ist, auch jedes Raum-Zeit-Intervall die gleiche absolute Unendlichkeit enthält. Durch die Verbindung zwischen Logik und Mathematik, Mathematik und den empirischen Wissenschaften (Gödel, 1944, S. 120-121) und der von Gödels anerkannten Verbindung zwischen der absoluten Unendlichkeit von V als Grundlage jeder mathematischen Axiomatik (s.o.), erhält sein Weltbild einen starken Holismus, der in alle Teilgebiete der Wissenschaften hineinreicht und durch den klar wird, wie sein Anspruch zu verstehen ist, ein Gesamtsystem der Wissenschaften auf einer fundamentalen Metatheorie als exakter Theorie der Metaphysik aufzubauen. Wird die mathematische Beschreibung der Natur konsequent, d.h. ohne Einschränkung, gedacht, müssen alle mathematischen Strukturen Realität besitzen, nicht nur eine bestimmte Auswahl von ihnen, die beispielsweise in bestimmten physikalischen Bereichen Verwendung findet. Bei jeder Auswahl an mathematischen Strukturen wäre die Frage, wer oder welche Regel diese Auswahl vornehmen sollte und durch was diese Regel bestimmt wäre. Oder anders formuliert: eine irgendwie begrenzte Auswahl mathematischer Strukturen zur Beschreibung der Natur wäre ein geschlossenes System, für das es keine allgemeingültige Begründung seiner Begrenzung gäbe und dessen eigene Konsistenz, außerdem, nicht innerhalb dieses Systems bewiesen werden könnte, wie wir aus Gödels Unvollständigkeitssätzen wissen (Gödel, 1931).

Betrachten wir also in unbeschränkter Weise die Verbindung zwischen Mathematik und Natur und die sich daraus ergebenden Konsequenzen für die Beschaffenheit der Raumzeit. Da Raum und Zeit in einer Raumzeit verbunden sind, hat die Übertragung der absoluten Unendlichkeit von V auf die allgemeine raumzeitliche Beschaffenheit zur Folge, dass sie vollkommen kontinuierlich wird und in ihr beliebige Möglichkeiten und Zeitformen schon enthalten sind. Ihre Beschreibung geht auf diese Weise über die Beschreibung der klassischen Physik hinaus. Durch die absolute Unendlichkeit von V und ihrer Spiegelung in beliebige Teilbereiche (z.B. bez. Punkte oder Linienstücke, s.o.), ist auch in der kontinuierlichen Raumzeit die Spiegelung beliebiger Unendlichkeiten in alle räumlichen und zeitlichen Teilbereiche gegeben. Dadurch entsteht eine absolute Variabilität von Zeitformen und Raumformen in jedem Punkt. Die Annahme einer absoluten Zeit, d.h. eines einheitlichen, linearen Zeitrahmens und generell eines absoluten Bezugsystems wird damit unmöglich, denn (absolut) unendlich viele Zeiten sind gleichbedeutend mit keiner Zeit. Dies spiegelt Gödels Argumentation gegen die Existenz der Zeit wider, die in der Zeit-Invarianz seiner kosmologischen Modelle rotierender Universen (Ellis & Hawking, 1973, S. 169; Gödel, 1952) zu finden ist, aber auch in seiner Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Relativitätstheorie und idealistischer Philosophie (Gödel, 1949a), in der er Auswirkungen der Relativität der Raumzeit auf die Unmöglichkeit der Gleichzeitigkeit beschreibt (Gödel, 1949a, S. 202). Seine kosmologischen Modelle stellen einen Versuch dar, die Auswirkungen der Relativitätstheorie, die Gödel schon in Zusammenhang mit Kant interessiert hatten (Yourgrau, 2023S. 37-38), auf die Betrachtung des Universums zu untersuchen (Gödel, 1949). Zu dieser Zeit war es erst ca. 30 Jahre her, dass diskutiert wurde, ob das Universum auf die Milchstraße beschränkt sei oder ob es andere "Inseluniversen" (heute als Galaxien bekannt) gäbe (Shapley & Curtis, 1979), was mit Edwin Hubbles Nachweis weiterer Galaxien 1925 entschieden wurde (E. P. Hubble, 1979). Auch war Einstein zunächst der Ansicht, dass die Relativitätstheorie nur mit einem statischen Universum vereinbar sei (Einstein, 1917), was nachher durch Hubbles Ergebnisse widerlegt wurde, die zeigten, dass die Rotverschiebung von Galaxien proportional zu ihrer Entfernung ist, was darauf hinweist, dass sich das Universum ausdehnt (E. Hubble, 1929).

Vor diesem Hintergrund sind Gödels Modelle einerseits als Versuch zu betrachten die neuen Ergebnisse und Anforderungen in ein physikalisch-mathematisches Modell zu fassen und andererseits auch seinen eigenen Anschauungen gerecht zu werden. Die einzelnen Ausarbeitungen seiner Modelle weisen Unterschiede in Bezug zur Möglichkeit von Zeitreisen und der Geschwindigkeit der Rotation auf, sind in ihrer globalen raumzeitlichen Struktur aber alle ähnlich aufgebaut (Ellis & Hawking, 1973; Gödel, 1949, 1949a, 1952; Hawking, 1990). Stephen Hawking schreibt zu Gödels Veröffentlichungen: „The second paper (*1952*) describes more reasonable rotating cosmological models that are expanding and that do not have the possibility of travel into the past. These models could well be a reasonable description of the universe that we observe, although observations of the isotropy of the microwave background indicate that the rate of rotation must be very low.“ (Hawking, 1990, S. 189–190). Ähnlich beschreibt auch Gödel die Unterschiede seiner eigenen Modelle (Gödel, 1949a, S. 206). Wichtig ist anzumerken, dass es Beschreibungen von Gödels Universen gibt, die sie bez. Topologie und Volumen als geschlossen darstellen (siehe z.B. die Webseite "Gödel-Universum": Wikipedia-Autoren, 2023). Dies ist aber in Gödels Originalarbeiten explizit nicht der Fall, denn alle kosmologischen Modelle, auch schon das erste Modell ohne Expansion, weisen offene Weltlinien unendlicher Länge auf, die sich an keinem Punkt wieder treffen (Gödel, 1949, S. 447; 1952). Ein geschlossenes Universum würde z.B. eine Kugel oder einen Torus darstellen und wäre durch die Geschlossenheit im Volumen begrenzt. Diese Begrenzung hätte einerseits das Problem, dass sie durch *etwas* begrenzt sein müsste, es also irgendwie eine 'äußere' räumliche Gegenkrümmung geben müsste, womit dieses geschlossene Universum nicht die gesamte Welt beschreiben könnte. Andererseits würden geschlossene Weltlinien dafür sorgen, dass innerhalb dieser Kugel eine einheitliche Raumstruktur entstünde, die ja, als räumlicher 'Rahmen', durch die Ergebnisse der Relativitätstheorie widerlegt wurde. Durch die in den Modellen implizierte Rotationssymmetrie, die nicht nur einzelne Objekte, sondern die gesamte Raumzeit betrifft, entstehen einerseits geschlossene Zeitkurven, die die Nicht-Existenz einer absoluten Zeit hervorrufen, das Universum bleibt aber andererseits, durch diese Rotation als Eigenschaft der gesamten Raumzeit, räumlich nicht begrenzt. Somit bleibt es, trotz lokaler Raumkrümmungen, insgesamt unendlich (Gödel, 1949, S. 447; 1949a, 1952), was dafür sorgt, dass kein einheitlicher Raumrahmen entsteht. Durch diese globale Rotationseigenschaft gibt es auch nicht nur *eine* geschlossene Zeitlinie, sondern das Universum rotiert aus allen Richtungen, wodurch sich alle möglichen Zeitlinien (und damit Zeitformen) in jedem Punkt überlagern. Es bleibt außerdem anzumerken, dass durch diese Überlagerung aller Zeitformen auch die Charakteristika der Möglichkeit und Kontingenz in jedem Raumzeitpunkt mit impliziert sind, wie auch in (Kovač, 2012, S. 331; Yourgrau, 1999, 2005) beschrieben. Dadurch erhalten wir, dass die mathematisch absolute Unendlichkeit von V auf die Raumzeit, im Detail auf räumliche und zeitliche Linienstücke, übertragbar und mit diesen Modellen vereinbar ist, wodurch wir eine absolut unendliche Raumzeit (oder ein abs. unendliches Raumzeit-Kontinuum) erhalten. Daher sind Mathematik und Raumzeit nicht durch ein formales System abschließend zu strukturieren, wobei Gödel mit dieser formalen Strukturierbarkeit ein System aller wahren mathematisch Propositionen meint und nicht ein System aller beweisbaren mathematischen Propositionen (Gödel, 1951, S.

309), denn er war ja gerade der Ansicht, dass durch die Einführung eines neuen Begriffs, der alle Unendlichkeitsaxiome mit einschließt, das Konzept der Beweisbarkeit geschlossen werden könnte (s.o.).

Darüber hinaus ist hier schon einmal vorweg zu nehmen, dass die Welt in Gödels Ontologie auf diese Weise notwendig ist, was mit Modal-Kollaps beschrieben wird und aus seinem Ontologischen Gottesbeweis folgt (Anderson & Gettings, 1996; Benzmüller & Fuenmayor, 2020; Fitting, 2002; Gödel, 1970; Kovač, 2012, 2015; Mühlenbeck, 2024; Scott, 1972; Sobel, 2004), wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden. Der Modal-Kollaps besagt, dass es keinen Unterschied mehr zwischen Notwendigem und Möglichem gibt: alles, was möglich ist, wäre auch notwendigerweise der Fall. Dies wird oft als beschränkter Determinismus interpretiert, in dem es keine alternativen Möglichkeiten und somit auch keinen freien Willen mehr gibt (siehe dazu ausführlich: Sobel, 2004). Die Notwendigkeit dieser einen Welt als Teil seines Ontologischen Beweises zu beweisen scheint von Gödel wohl genau so intendiert gewesen zu sein (Adams, 1995, S. 400-401; Kovač, 2003, S. 582; 2012; Sobel, 2004), deckt sich aber mit der Beschreibung der Welt als absoluter Unendlichkeit, weil in ihr alle Möglichkeiten, Zeit- und Raumformen inbegriffen sind, es in ihr also keinen beschränkenden Determinismus gibt, sondern einen offenen, in dem der freie Wille in den Möglichkeiten enthalten ist. Gödels oben beschriebene Welt ist eben keine beschränkte und ihrer Möglichkeiten beraubte, sondern diejenige, die in jeder Hinsicht Maximalität aufweist - bezüglich Möglichkeiten und raumzeitlicher Beschaffenheit.

4) Ontologischer Gottesbeweis: 'Das Maximum, als das nichts größeres gedacht werden kann'

Diese absolute Maximalität ist auch in Gödels ontologischem Gottesbeweis und seinem darin verwendeten Gottesbegriff als Maximum der positiven Eigenschaften wiederzufinden. Wie wir sehen werden, spiegelt dieser Begriff aus mengentheoretischer Perspektive die im mathematischen Abschnitt beschriebenen Maximalitätseigenschaften wider, die wir bez. der Kontinuumseigenschaften schon für das homogene Kontinuum in Abgrenzung zum Punktmengenkontinuum heraus differenziert hatten. Gödels ontologischer Gottesbeweis baut auf seiner Auseinandersetzung mit Leibniz auf, von dessen Arbeiten er, wie wir eingangs gesehen hatten, stark beeinflusst war (Wang, 1997, S. 2) und in Anlehnung an dessen Monadologie er sein Programm der Bildung einer exakten Metaphysik zur Grundlegung der Wissenschaften aufbauen wollte (Wang, 1997, S. 7-8). Gödels Gottesbeweis folgt der Tradition ontologischer Gottesbeweise, wie denen von Anselm v. Canterbury, Descartes oder Leibniz, bei denen es darum geht nicht nur die theoretische Existenz Gottes zu beweisen, sondern zusätzlich von der logisch begrifflichen Ebene auf die tatsächliche Existenz, die Ebene des Seins zu schließen (Canterbury, 1994, Kap. 2-4; Sala, 1990, S. 45). In der Tradition wird dabei ein Gottesbegriff verwendet, bei dem Gott als das Maximum begriffen wird, als das nichts größeres gedacht werden kann (Canterbury, 1994, Kap. 2). Bei Gödel wird dieses Maximum als „Wesen, das alle positiven Eigenschaften besitzt“ (Wang, 1997, S. 114-115) beschrieben, womit durch *alle positiven Eigenschaften* auch die üblichen Attribute wie „allwissend“ und „allmächtig“ wiedergegeben werden können (Wang, 1997, S. 118).

Bezüglich der Definition positiver Eigenschaften gibt es bei Gödel komplexe Beschreibungen. Zunächst definiert Gödel den Begriff der „positiven Eigenschaft“ als grundlegend und unabhängig von der Weltstruktur. Er beschreibt „positiv“ im moralisch-ästhetischen Sinn oder als reine Zuweisung ("pure attribution") (Wang, 1997, S. 113). Dabei handelt es sich um Eigenschaften oder Aussagen mit Element ohne Negation[8], im Gegensatz

[8] Die reinen Attribute sind gemeint als disjunktive Normalform elemenatrer Eigenschaften, die ein Element ohne Negation enthalten (Gödel, 1970, S. 404).

zu solchen, die Privation (Entzug oder Fehlen) enthalten (Gödel, 1995a, S. 404; Wang, 1997, S. 113-114). In den obigen Abschnitten (2-3) hatten wir aber schon gesehen, dass Gödels fundamentalontologisches Konzept das der Kausalitätsbeziehung ist (siehe: Kovač, 2015, 2020), d.h. aus der Verbindung jedes Gegenstands zu seinem kausalen Hintergrund – seinem Sein in Beziehung zu Raum, Zeit und Möglichkeiten – besteht und für die Definition der positiven Eigenschaften bedeutsam ist, da der Gottesbeweis ein ontologischer ist, also von der begrifflichen Ebene auf die Ebene des Seins schließt (Wang, 1997, S. 315). Dabei hatten wir bez. seiner ontologischen Ansichten in Abschnitt 3) gesehen, dass es gleich ist, in welcher raumzeitlichen Struktur sich Gegenstände gerade befinden, da ja bei Gödel kein einheitlicher Raumzeit-Rahmen angenommen wird, sondern alle Raumzeitstrukturen inklusive aller Möglichkeiten und Kontingenzen gleichzeitig parallel, oder vielmehr ‚in einander' aktual vorhanden sind (s.o. und: Kovač, 2012; Yourgrau, 1999, 2005). Deshalb muss das Maximum der positiven Eigenschaften gleichbedeutend als Maximum des Seins gefunden werden. Diesbezüglich erhalten wir aus Gödels Aufzeichnungen noch folgende Informationen über den Begriff der positiven Eigenschaften in Abgrenzung zur moral-ästhetischen Beschreibung (Gödel, 1995a, S. 434): so kann eine positive Eigenschaft nicht als „gut" im moralischen Sinn interpretiert werden, sondern nur als „perfektiv", was bedeutet, dass sie abgeschlossen bez. ihrer Positivität ist und keine Negation eines weiteren Perfektivs impliziert, wobei letzteres das Hauptaxiom darstellt. Weiterhin gilt, dass „Sein" ein Perfektiv ist, da es die Möglichkeit eines Perfektivs einschließt (ebd.). Wang erläutert in diesem Zusammenhang, dass Gödel an die philosophische Tradition wie bei Descartes anknüpft, der Gott als das Wesen aller Vollkommenheiten definiert und Existenz als eine dieser Vollkommenheiten betrachtet (Wang, 1997, S. 116). Durch diese Verwendung des Perfektivs betrachtet Gödel Existenz als die grundlegendste positive Eigenschaft, die jedem Gegenstand *a priori* zukommt. Weitere positive Eigenschaften können darauf aufbauen. *Sein* kann dann als Verbindung von Existenz und Essenz verstanden werden (Gödel, 1995a, S. 430), während die Beziehung eines Gegenstands zu seinem Hintergrund die Existenzbeziehung oder Kausalitätsbeziehung darstellt. Diese Existenz-Beziehung umfasst die gesamte Realität als nicht-diskretes Kontinuum, das maximal offen bleibt. Dabei unterscheidet Gödel zwischen der allgemeinen (notwendigen) Existenz jedes Seienden und der notwendigen Existenz Gottes, die erst durch ontologische Axiome bewiesen werden soll, woraus schließlich der Modal-Kollaps folgt (Kovač, 2012, S. 327-328).

Indem diese Existenzbeziehung als Grundlage genutzt wird, nutzt Gödel zur Mengenerschließung des Maximums des Seins (gleich dem Maximum der positiven Eigenschaften) eine Ultrafilterstruktur, die die grundlegende positive Eigenschaft der Existenz jedes Seienden einschließt (Benzmüller & Fuenmayor, 2020). In der Mathematik ist ein Filter eine Sammlung von Teilmengen einer Menge X, die bestimmten Bedingungen genügen: der Filter darf die leere Menge nicht enthalten, er ist abgeschlossen unter Obermengenbildung, das heißt, wenn eine Menge im Filter liegt, dann auch jede größere Menge, die sie enthält, und zusätzlich ist der Filter unter Durchschnitten abgeschlossen, sodass der Schnitt zweier Mengen im Filter ebenfalls dazugehört. Ein Ultrafilter ist dann ein spezieller Filter, der maximal in dem Sinne ist, dass er sich nicht weiter zu einem größeren Filter erweitern lässt. Ein wesentliches Merkmal ist, dass für jede Teilmenge A von X entweder A selbst oder ihr Komplement $X \setminus A$ im Ultrafilter liegt, wodurch er besonders stark wird (Für eine ausführliche Beschreibung von Filtern, Mengenfiltern und Ultrafiltern siehe: Burris & Sankappanavar, 2012). Das Kontinuum des Seins, das in Gödels Existenzbeziehung zur Mengenerschließung aller positiven Eigenschaften genutzt wird, und sein Ultrafilter, bleiben nun bei dieser Erschließung homogen kontinuierlich, da es keine Form von Restriktionen gibt und alle Möglichkeiten, Zeit- und Raumformen mit inbegriffen bleiben. Es erfolgt keine Beschränkung in Hinsicht auf eine diskrete Menge, sondern der Ultrafilter für die positiven Eigenschaften verbleibt im offenen homogenen Kontinuum der absolut-unendlichen

Raumzeit, in der ja alle grundlegenden positiven Eigenschaften der Existenz irgendwie durch alle Raumzeitformen und Möglichkeiten zu finden sind. Dadurch erhalten wir für die positiven Eigenschaften das absolute Maximum 'als das nichts größeres gedacht werden kann' - die absolute Unendlichkeit. Ursprungskontinuum aller möglicher und aktualer Existenzbeziehungen und Filtermenge der zu beweisenden Eigenschaften bleiben beide maximal offen und bilden einander ab (Benzmüller & Fuenmayor, 2020; Mühlenbeck, 2024). Die Verwendung der Existenz als Perfektiv gewährleistet zusätzlich auch, dass die Kompatibilität aller positiven Eigenschaften besteht und keine Widersprüche entstehen, da diese grundlegende Eigenschaft nicht weiter reduzierbar ist, was Gödel mit der Unterscheidung in *einfache* (und dadurch notwendig positive) und *zusammengesetzte* Eigenschaften beschreibt (Wang, 1997, S. 117). Gödel zeigt – ähnlich wie Leibniz, aber im Gegensatz zu Anselm von Canterbury –, dass die Existenz Gottes möglich ist, anstatt sie einfach vorauszusetzen (Benzmüller & Paleo, 2014). Diese Möglichkeit wird mit der Widerspruchsfreiheit des Systems aller positiven Eigenschaften gleichgesetzt, d.h. mit der beschriebenen Kompatibilität der Eigenschaften (Wang, 1997, S. 115).

Gödels Axiome sind so stark, dass sie zu einem Modal-Kollaps führen, bei dem letztlich nur eine einzige mögliche Welt existiert (Benzmüller & Paleo, 2014; Kovač, 2012). Wie bereits erwähnt, liegt die Vermutung nahe, dass Gödel diesen Effekt bewusst beabsichtigte und er integraler Bestandteil seiner philosophischen Überzeugung war (Kovač, 2012, S. 327). Auch an anderer Stelle finden wir Äußerungen Gödels über den freien Willen die der beschriebenen Sichtweise entsprechen, dass der freie Wille bereits in der Unendlichkeit der Welt enthalten ist, wie aus seinem Gespräch mit Rudy Rucker deutlich wird (Rucker, 2019, S. 168): Gödel glaubte, dass die Zukunft bereits festliegt und es prinzipiell möglich sei, das Verhalten einer Person vollständig vorherzusagen. Er räumte jedoch ein, dass eine böswillige Person, die von einer solchen Theorie erfährt, absichtlich das Gegenteil tun könnte, um sie zu widerlegen. Deshalb, so Gödel, könne eine solche Theorie existieren, aber niemand würde sie jemals kennen. Ähnlich seien Zeitreisen möglich, doch niemand würde es schaffen sein früheres Ich zu töten. "The *a priori* is greatly neglected. Logic is very powerful." (ebd.) Bez. des freien Willens meinte Gödel, dass es keinen Widerspruch zwischen freiem Willen und der Kenntnis eigener zukünftiger Handlungen gebe – "If one knows oneself completely then this *is* the situation. One does not deliberately do the opposite of what one wants." (ebd.). Im ontologischen Gottesbeweis sollte die Existenz Gottes aus den logischen Axiomen folgen und erst danach der Modal-Kollaps bewiesen werden (Kovač, 2012, S. 328). Letzterer soll also selbst keine Vorannahme der Existenz Gottes sein, das wäre "der schlechte Weg" (Gödel, 1995b, S. 434).

Der aus Gödels Beweis resultierende Modal-Kollaps wurde von vielen kritisiert (für eine Übersicht der Kritik, aber auch für einen ersten Beweis des Modal-Kollaps siehe: Sobel, 1987; Sobel, 2004), da er als Einschränkung des freien Willens gesehen wurde. Daher gab es mehrere Ansätze, den Beweis so zu modifizieren, dass die Konsistenz und notwendige Existenz eines göttlichen Wesens erhalten bleiben, während der Modal-Kollaps vermieden wird. Zu diesen Alternativen gehören die Varianten von Anderson (Anderson, 1990; Anderson & Gettings, 1996), Fitting (Fitting, 2002) und Benzmüller (Benzmüller, 2020). Einen detaillierten Vergleich dieser Ansätze und ihrer Konsequenzen findet sich in (Hájek, 2011; Mühlenbeck, 2024; Świętorzecka, 2015). Die Modifikationen an den Beweisvoraussetzungen betrafen einerseits die begriffliche Verwendung der positiven Eigenschaften. Diese waren bei Gödel und Scotts Version (Gödel, 1970; Scott, 1972), sowie bei Anderson (Anderson & Gettings, 1996) die Intensionen positiver Eigenschaften (also der Begriffsinhalt) und bei Fitting (Fitting, 2002) die rigiden Extensionen dieser Eigenschaften (also der feststehende Begriffsumfang). Im ersten Fall werden positive Eigenschaften in allen möglichen Welten gezählt, auch wenn sie nur in einzelnen vorkommen. Im zweiten Fall werden die positiven Eigenschaften nur gezählt, wenn sie in allen Welten vorkommen und nicht mehr variabel nur in einzelnen. Andererseits wurden bei Anderson aber auch axiomatische Voraussetzungen so abgeschwächt, dass wiederum weitere Veränderungen an den Begriffen der Göttlichkeit und Essenz notwendig wurden (Benzmüller & Fuenmayor, 2020, S. 139; Fitting, 2002, S. 169-171). Andersons und Fittings Modifikationen bewahren zwar die notwendige Existenz eines göttlichen Wesens und vermeiden den Modal-Kollaps, verändern jedoch die Menge der positiven Eigenschaften, weil durch die Anpassung der Axiome der Filter verändert wird. Dadurch kann nicht mehr das absolute Maximum aller möglicher Existenz abgebildet werden. In beiden Fällen bleibt der Beweis konsistent (Benzmüller & Fuenmayor, 2020), aber das göttliche Wesen wird in seiner Definition eingeschränkt und entspricht nicht mehr dem Maximum 'als das nichts Größeres gedacht werden kann'. Bei Benzmüller werden nur Modifikationen an den axiomatischen Grundvoraussetzungen durchgeführt, die die Notwendigkeit der positiven Eigenschaften betreffen (Benzmüller, 2020), was Auswirkungen auf die Kompatibilität des Gesamtsystems der positiven Eigenschaften haben kann (Mühlenbeck, 2024, S. 55).

Der offene Ultrafilter über der Menge der positiven Eigenschaften umfasst in Gödels Beweis alle möglichen Existenzen und führt zur absoluten Unendlichkeit einer einzigen Welt – dem Modal-Kollaps. Die beschriebenen Versuche den Modal-Kollaps zu vermeiden, haben durch die dafür notwendigen Veränderungen an den axiomatischen Voraussetzungen die Filterstruktur derart verändert, dass kleinere, begrenzte Welten mit weniger positiven Eigenschaften erzeugt wurden, was zu einem kleineren Gott führte, der nicht mehr das absolute Maximum darstellt. Konträrerweise betraf die Kritik ja gerade, dass eine begrenzte Welt zu der Einschränkung des freien Willens führt, weshalb mehrere mögliche Welten angenommen und durch die Modifikationen bewiesen werden sollten. Diese Modifikationen erzeugten aber durch die Filterstruktur ein Welten-System, das nicht mehr das Maximum der positiven Eigenschaften erreichte. Genau dadurch - entgegengesetzt - entsteht aber eine kleinere determinierte Welt, weil die neuen Filter nicht die volle kontinuierliche Mächtigkeit aller möglichen Existenz abbilden können. Das heißt, einerseits liefern die modifizierten Beweise ein Gegenargument für eine begrenzte Welt, andererseits ist aber diese Annahme einer begrenzten Welt sowieso nicht mit Gott als Maximum kompatibel, da jede Begrenzung auch einen Mangel im Maximum, bzw. in Gott darstellt. Daraus können wir insgesamt folgern, dass durch das Maximum der positiven Eigenschaften zwangsläufig, wie von Gödel gefordert, ein Modal-Kollaps entsteht – für eine absolut unendliche Welt.

Wir erhalten damit einerseits, dass Gödel auf diese Weise implizit einen offenen, homogenen Mengenbegriff (bzw. Klassenbegriff) verwendet hat, wie er ihn als 'neuen Begriff' und als Alternative zum klassischen diskreten Ansatz forderte. Der Vergleich mit den Beweismodifikationen zeigt außerdem, dass (bis jetzt) nur Gödels ontologischer Gottesbeweis das absolute Maximum, als das nichts größeres gedacht werden kann, erreicht. Zugleich erhalten wir durch die Tatsache, dass es ein *ontologischer* Beweis ist, den Beweis der absoluten Unendlichkeit für die Realität, also die Raumzeit. Mit seinem Beweis vereinen sich Mengenlehre, Logik und Ontologie durch die realistische Verbindung zwischen mathematischen Konzepten und weltlichen Realisationen, so wie er die formale Metaphysik in Form von Leibniz' Monadologie konstruieren wollte.

5) Gödels holistische Ontologie und die Grundlegung der Wissenschaften auf einer exakten Metaphysik der absoluten Unendlichkeit

Abschließend können wir daher in allen behandelten Bereich eine identische Verbindung erkennen, die in der Beziehung zwischen der absoluten Unendlichkeit als notwendiger Grundlage und den unendlich fortschreitenden strukturierten und formalisierten Unendlichkeiten unbegrenzter Mengenbildungen besteht. Diese Beziehung finden wir in der allgemeinen Begriffsbildung innerhalb der Mathematik, in Gödels Forderung nach der mengentheoretischen Grundlegung auf einem neuen Konzept, in der realistischen Verbindung mathematischer Konzepte zur Raumzeit und den damit einhergehenden kosmologischen Modellen, die Raumzeit-Rotationen mit unendlichen Weltlinien vorsehen, und zusätzlich in Gödels zuletzt beschriebenem ontologischen Gottesbeweis und dem darin verwendeten Gottesbegriff als Maximum der positiven Eigenschaften. Gerade hier wird diese Analogie sehr deutlich: zwischen dem Maximum der positiven Eigenschaften (gleich dem Sein als Raumzeit-Kontinuum) und der Allklasse im Sinne absoluter Unendlichkeit (nach dem *Ackermann-Prinzip*). Weitere Eigenschaften entsprechen dann Mengenoperationen innerhalb dieser Allklasse. Wie eingangs beschrieben, bestand Gödels übergeordnetes wissenschaftliches Programm in dem Ziel der Grundlegung aller Wissenschaften auf einer exakten Metaphysik in Anlehnung an Leibniz' Monadologie, und damit auf der absoluten Unendlichkeit. Diesen Begriff haben wir als Gemeinsamkeit in allen Bereichen wieder gefunden, wodurch sie sich so zu einer vereinheitlichten Ontologie zusammenfassen lassen (siehe Abb.1).

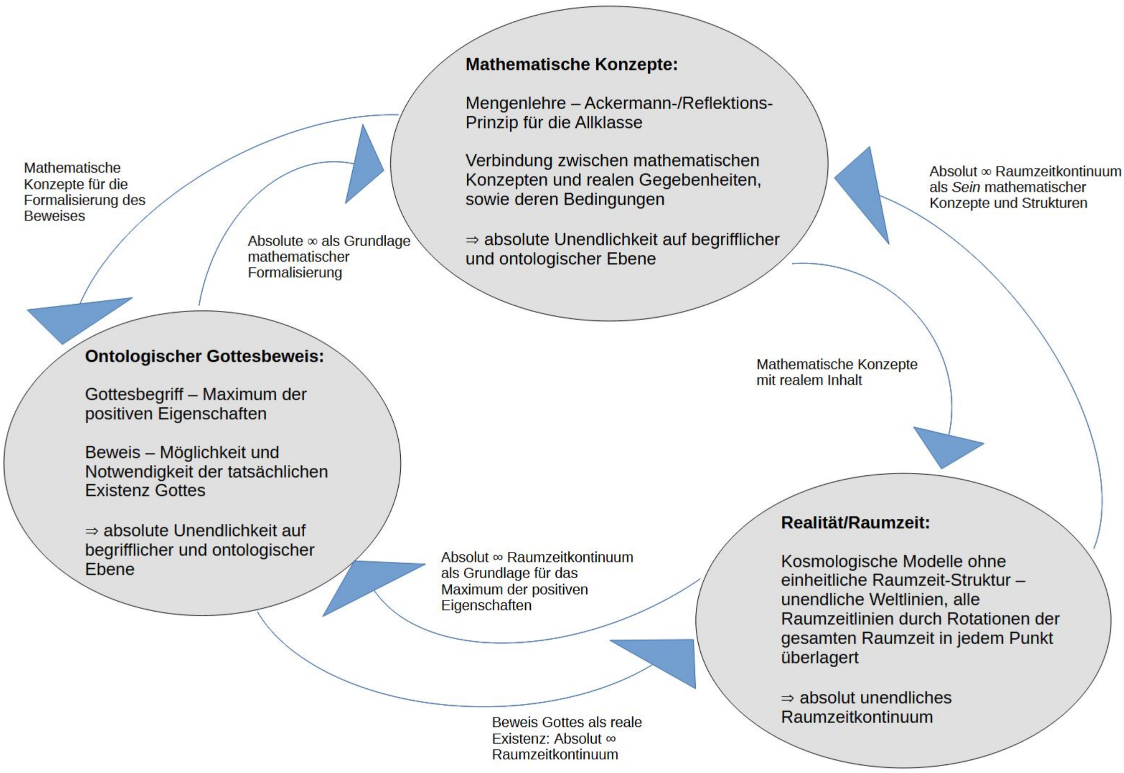

Abb.1: Gödels Holistische Ontologie aufbauend auf der absoluten Unendlichkeit

Die absolute Unendlichkeit bildet damit den Kern aller weiteren Operationen, in den mathematischen Begriffen zur Grundlegung der Mengenlehre, in der Übertragung mathematischer Konzepte auf die Realität durch mathematisch beschriebene kosmologische Modelle und im Gottesbegriff als Maximum der positiven Eigenschaften. Wenn wir die Ergebnisse der verschiedenen Bereiche der Begriffsbildung, der raumzeitlichen Realisation und des ontologischen Arguments zu einem holistischen Weltbild zusammenfassen, so wird diese Welt in ihrem Wesen mit einem maximal offenen, unbeschränkten Beziehungsgefüge beschrieben, das auf der Urmonade der absoluten Unendlichkeit gründet und in der der freie Wille enthalten ist. Welt und Mathematik gehören zusammen, als gegenseitige Entsprechung von begrifflicher Anschauung und raumzeitlicher Realisation in absoluter Unendlichkeit.

Literatur

Adams, R. M. (1995). Gödel *1970: Introductory note to *1970, by Robert M. Adams. In S. Feferman, J. John W. Dawson, W. Goldfarb, C. Parsons & R. M. Solovay (Eds.), *Kurt Gödel: Collected Works Volume III: Unpublished Essays and Lectures* (Vol. 3, pp. 388-402). New York: Oxford University Press.

Anderson, C. A. (1990). Some emendations of Gödel's ontological proof. *Faith and philosophy, 7*(3), 291-303.

Anderson, C. A., & Gettings, M. (1996). Gödel's ontological proof revisited *Gödel'96: Logical foundations of mathematics, computer science and physics---Kurt Gödel's legacy, Brno, Czech Republic, August 1996, proceedings* (Vol. 6, pp. 167-173): Association for Symbolic Logic.

Barrow, J. D., & Tipler, F. J. (1986). *The anthropic cosmological principle*. New York: Oxford University Press.

Bedürftig, T., & Murawski, R. (2010). *Philosophie der Mathematik*. Berlin/New York: Walter de Gruyter.

Benzmüller, C. (2020). *A (Simplified) Supreme Being Necessarily Exists, says the Computer: Computationally Explored Variants of Gödel's Ontological Argument.* Paper presented at the Proceedings of the International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning.

Benzmüller, C., & Fuenmayor, D. (2020). Computer-supported Analysis of Positive Properties, Ultrafilters and Modal Collapse in Variants of Gödel's Ontological Argument. *Bulletin of the Section of Logic, 49*(2).

Benzmüller, C., & Paleo, B. W. (2014). *Automating Gödel's Ontological Proof of God's Existence with Higher-order Automated Theorem Provers.* Paper presented at the ECAI.

Bernays, P. (1937). A system of axiomatic set theory—Part I. *The Journal of Symbolic Logic, 2*(1), 65-77.

Bernays, P. (1976). A System of Axiomatic Set Theory. In G. H. Müller (Ed.), *Sets and Classes on The Work by Paul Bernays* (pp. 1-119). Amsterdam.

Burris, S., & Sankappanavar, H. P. (2012). *A course in universal algebra*. New York: Springer.

Canterbury, A. v. (1994). *Proslogion*. Stuttgart-Bad Cannstatt: Frommann-Holzboog Verlag.

Cantor, G. (1962). Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten. In E. Zermelo (Ed.), *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*. Berlin: Springer.

Cohen, P. J. (1963). The independence of the continuum hypothesis. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 50*(6), 1143-1148.

Einstein, A. (1917). Kosmologische Betrachtungen zur Allgemeinen Relativitätstheorie. *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften*, 142-152.

Ellis, G. F. R., & Hawking, S. W. (1973). *The large scale structure of space-time*. Cambridge, USA: Cambridge University Press.
Fitting, M. (2002). *Types, tableaus, and Gödel's god* (Vol. 12): Springer Science & Business Media.
Gödel, K. (1929). Über die Vollständigkeit des Logikkalküls. In S. Feferman (Ed.), *Kurt Gödel: Collected Works Vol. I* (pp. 60-101). New York, Oxford: Oxford University Press.
Gödel, K. (1931). Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für mathematik und physik, 38*, 173-198.
Gödel, K. (1939). Consistency-proof for the generalized continuum-hypothesis. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 25*(4), 220-224.
Gödel, K. (1940). *The consistency of the axiom of choice and of the generalized continuum-hypothesis with the axioms of set theory*: Princeton University Press.
Gödel, K. (1944). Russell's mathematical logic. In S. Feferman (Ed.), *Kurt Gödel. Collected Works Vol. II*. New York Oxford: Oxford University Press.
Gödel, K. (1946). Remarks before the Princeton bicentennial conference on problems in mathematics. In S. Feferman (Ed.), *Kurt Gödel. Collected Works Vol. II*. New York, Oxford: Oxford University Press.
Gödel, K. (1947). What is Cantor's continuum problem? *The American Mathematical Monthly, 54*(9), 515-525.
Gödel, K. (1949). An example of a new type of cosmological solutions of Einstein's field equations of gravitation. *Reviews of modern physics, 21*(3), 447-450.
Gödel, K. (1949a). Remark about the relationship between relativity theory and idealistic philosophy. In S. Feferman (Ed.), *Kurt Gödel. Collected Works Vol. II. 1990* (pp. 202-207). New York, Oxford: Oxford University Press.
Gödel, K. (1951). Some basic theorems on the foundations of mathematics and their implications. In S. Feferman (Ed.), *Kurt Gödel: Collected Works Vol. III* (pp. 304-323). New York, Oxford: Oxford University Press.
Gödel, K. (1952). Rotating universes in general relativity theory. In S. Feferman (Ed.), *Kurt Gödel. Collected Works Vol. II. 1990* (pp. 208-2016). New York, Oxford: Oxford University Press.
Gödel, K. (1953). Is mathematics syntax of language? In S. Feferman (Ed.), *Kurt Gödel. Collected Works Vol. III*. New York, Oxford: Oxford University Press.
Gödel, K. (1970). Ontological Proof. In S. Feferman (Ed.), *Kurt Gödel: Collected Works: Volume III: Unpublished Essays and Lectures*. New York, Oxford: Oxford University Press.
Gödel, K. (1995a). *Collected Works: Volume III: Unpublished Essays and Lectures* (Vol. 3): Oxford University Press, USA.
Gödel, K. (1995b). Texts relating to the ontological proof. In S. Feferman (Ed.), *Kurt Gödel: Collected Works Vol. III: Unpublished Essays and Lectures*. New York, Oxford: Oxford University Press, USA.
Gödel, K. (2024). Maxims and Philosophical Remarks In G. Crocco, M. van Atten, P. Cantù & R. Rollinger (Eds.), Volume XIV of the Max Phil Notebooks. https://shs.hal.science/halshs-04533954v1.
Gödel, K. (1961). The modern development of the foundations of mathematics in the light of philosophy. In S. Feferman (Ed.), *Kurt Gödel: Collected Works Vol. III*. New York, Oxford: Oxford University Press.
Hájek, P. (2011). Gödel's ontological proof and its variants. In M. Baaz, C. H. Papadimitriou, H. W. Putnam, D. S. Scott & J. Charles L. Harper (Eds.), *Kurt Gödel and the Foundations of Mathematics* (pp. 307-321). New York: Cambridge University Press.

Hawking, S. (1990). Introductory note to 1949 and 1952. In S. Feferman (Ed.), *Kurt Gödel: Collected Works. Vol. II: Publications 1938-1974*. New York, Oxford: Oxford University Press.
Hubble, E. (1929). A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 15*(3), 168-173.
Hubble, E. P. (1979). Cepheids in spiral nebulae *A Source Book in Astronomy and Astrophysics, 1900–1975* (pp. 713-715): Harvard University Press.
Husserl, E. (1900). *Logische Untersuchungen, Erster Teil: Prolegomena zur reinen Logik*. Halle a. d. Saale: M. Niemeyer.
Husserl, E. (1988). *Fünfte Logische Untersuchung*. Hamburg: Meiner.
Husserl, E. (2006). *Phantasie und Bildbewußtsein, Text nach Husserliana, Band XXIII*. Hamburg: Felix Meiner.
Husserl, E. (2013). *Zur phänomenologischen Reduktion: Texte aus dem Nachlass (1926–1935)*. Dordrecht: Springer.
Kovač, S. (2003). Some weakened Gödelian ontological systems. *Journal of Philosophical Logic, 32*(6), 565-588.
Kovač, S. (2012). Modal Collapse in Gödel’s Ontological Proof. *Ontological Proofs Today, 50*, 323-343.
Kovač, S. (2015). Causal interpretation of Gödel's ontological proof. In K. Świętorzecka (Ed.), *Gödel's Ontological Argument: History, Modifications, and Controversies*. Warszawa: Semper.
Kovač, S. (2020). On causality as the fundamental concept of Gödel’s philosophy. *Synthese: An International Journal for Epistemology, Methodology and Philosophy of Science, 197*(4), 1803-1838.
Leibniz, G. W. (1998). *Monadologie*. Stuttgart: Reclam.
Mühlenbeck, C. (2020). Die Unendlichkeit der Natur und der Einzeldinge - Husserls allseitig unendliches Erscheinungskontinuum und das Konzept des Kontinuums in der Philosophie der Mathematik. *META: Research in Hermeneutics, Phenomenology and Practical Philosophy, XII*(2), 249-283.
Mühlenbeck, C. (2021). Die absolute Unendlichkeit des Raumzeit-Kontinuums als grundlegende Fundamentalontologie. *META: Research in Hermeneutics, Phenomenology, and Practical Philosophy., XIII*(2), 343-366.
Mühlenbeck, C. (2022a). The Fundamental Ontology of Developmental Psychology: The Development of the Self as a Systematic Relationship between the Concept of the World and the Concept of the Self in Orientation towards Absolute Infinity. *META: Research in Hermeneutics, Phenomenology, and Practical Philosophy, XIV*(2), 383-401.
Mühlenbeck, C. (2022b). The orientation on absolute infinity and the openness of worldviews as the necessary foundation for models of developmental psychology. *META: Research in Hermeneutics, Phenomenology, and Practical Philosophy., XIV*(1), 201-223.
Mühlenbeck, C. (2024). *Der Zusammenhang zwischen Gödels Unvollständigkeitssätzen, der Kontinuumshypothese und dem Ontologischen Gottesbeweis auf seine Auswirkungen auf die metamathematische Grundlegung der Mathematik.* Freie Universität Berlin, Berlin. Retrieved from http://dx.doi.org/10.17169/refubium-43924
Mühlenbeck, C., & Jacobsen, T. (2020). On the origin of visual symbols. *Journal of Comparative Psychology, 134*(4), 435. doi: 10.1037/com0000229
Mühlenbeck, C., Jacobsen, T., Pritsch, C., & Liebal, K. (2017). Cultural and species differences in gazing patterns for marked and decorated objects: A comparative eye-tracking study. *Frontiers in Psychology, 8*. doi: 10.3389/fpsyg.2017.00006

Mühlenbeck, C., Liebal, K., Pritsch, C., & Jacobsen, T. (2015). Gaze duration biases for colours in combination with dissonant and consonant sounds: A comparative eye-tracking study with orangutans. *PloS One, 10*(10), e0139894. doi: 10.1371/journal.pone.0139894

Mühlenbeck, C., Liebal, K., Pritsch, C., & Jacobsen, T. (2016). Differences in the visual perception of symmetric patterns in orangutans (*Pongo pygmaeus abelii*) and two human cultural groups: A comparative eye-tracking study. *Frontiers in Psychology, 7*. doi: 10.3389/fpsyg.2016.00408

Neumann, J. v. (1925). Eine Axiomatisierung der Mengenlehre. *Journal für reine u. angewandthe Mathematik, 154*, 219-240.

Neumann, J. v. (1928). Die Axiomatisierung der Mengenlehre. *Mathematische Zeitschrift, 27*, 669-752.

Rucker, R. (2019). *Infinity and the mind: The science and philosophy of the infinite*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

Sala, G. B. (1990). *Kant und die Frage nach Gott: Gottesbeweise und Gottesbeweiskritik in den Schriften Kants*. Berlin, New York: Walter de Gruyter.

Scott, D. (1972). Appx. B: notes in Dana Scott’s Hand *Logic and Theism: Arguments for and against Beliefs in God* (pp. 145-146): Cambridge University Press.

Shapley, H., & Curtis, H. D. (1979). The scale of the universe *A Source Book in Astronomy and Astrophysics, 1900–1975* (pp. 523-541): Harvard University Press.

Sobel, J. H. (1987). Gödel’s ontological proof. In J. J. Thomson (Ed.), *On being and saying. Essays for Richard Cartwright* (pp. 241-261). Cambridge, Mass.: The MIT Press.

Sobel, J. H. (2004). *Logic and Theism: Arguments for and against Beliefs in God*: Cambridge University Press.

Świętorzecka, K. (2015). *Gödel's Ontological Argument: History, Modifications, and Controversies*. Warsaw: Semper.

Wang, H. (1974). *From Mathematics to Philosophy*. New York: Humanities Press.

Wang, H. (1997). *A logical journey: From Gödel to philosophy*. Cambridge, MA: MIT press.

Wikipedia-Autoren. (2023, Bearbeitungsstand: 8. November 2023, 20:26 UTC). "Gödel-Universum". In: Wikipedia – Die freie Enzyklopädie Retrieved 19. Februar 2025, 05:10 UTC, from https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=G%C3%B6del-Universum&oldid=238935557

Yourgrau, P. (1999). *Gödel meets Einstein: Time travel in the Gödel universe*. Chicago: Open Court.

Yourgrau, P. (2005). *A world without time: The forgotten legacy of Gödel and Einstein*. New York: Basic Books.

Yourgrau, P. (2023). Gödel’s Temporal Idealism: A Reply to Prof. Kahle. In O. Passon, C. Benzmüller & B. Falkenburg (Eds.), *On Gödel and the Nonexistence of Time–Gödel und die Nichtexistenz der Zeit: Kurt Gödel essay competition 2021–Kurt-Gödel-Preis 2021* (pp. 37-50). Berlin: Springer.